3-2-1- طاقة الحركة الاهتزازية التوافقية البسيطة :

Energy of the simple harmonic motion:

لنقوم الآن بحساب الطاقة الكلية لجسم كتلته m معلق بنابض مهمل الكتلة يتحرك على سطح عديم الاحتكاك. إن قوة إرجاع النابض تعطى بالعلاقة:

تعطى الطاقة الكامنة كتابع للإزاحة بالشكل:

حيث أننا اخترنا ثابت التكامل مساوٍ للصفر من أجل الحصول على $U = 0$ عندما $x = 0$.

حيث : v سرعة الجسم ذي الكتلة m وعلى مسافة x من موضوع التوازن. في حالة الاهتزاز التوافقي لا يوجد احتكاك (يكون معدوماً) ولذلك الطاقة الميكانيكية الكلية E تبقى محافظة. وعندما يقوم الجسم بالاهتزاز تتحول الطاقة الحركية إلى طاقة كامنة وبالعكس. ففي مواضع نهايات الحركة $(x = \mp A)$ تكون السرعة مساوية للصفر $v = 0$ وتتحول الطاقة كلياً إلى طاقة كامنة :

$$E =$$

وعلى هذه الصورة فالطاقة الميكانيكية الكلية للهزاز التوافقي تتناسب مع مربع سعة الاهتزاز. وفي وضع التوازن $(x = 0)$ تتحول كل الطاقة إلى طاقة حركية:

$$E = \frac{1}{2} m$$

حيث : v_{max} السرعة القصوى التي يصلها الجسم عند الاهتزاز. أما في النقاط البينية , تكون الطاقة الحركية والكامنة لا تساوي الصفر وبما أن الطاقة محافظة سيكون لدينا :

$$E = \frac{1}{2}m\nu^2 + \frac{1}{2}K\,x^2$$

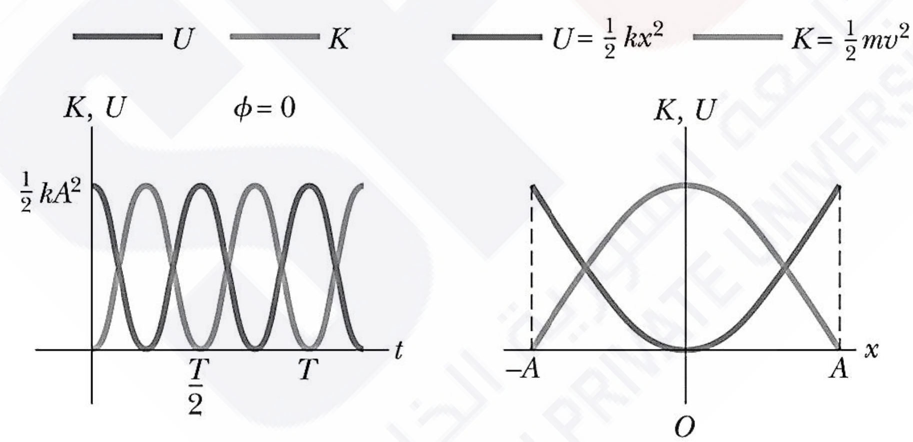
ومن هنا يمكننا الحصول على علاقة هامة بين السرعة ν والإزاحة x :

$$\nu = \pm$$

وبما أن : $\nu_{max} = A\sqrt{K/m}$ سنحصل على :

$$\nu = \pm$$

وجدنا من جديد أن السرعة ν عظمى عندما $x = 0$ وتساوي الصفر عندما $x = \pm A$. على الشكل $(7-2-1)$ وضح منحني الطاقة الكامنة : $U(x) = \frac{1}{2}Kx^2$.



الشكل (1-2-7) (أ)- الطاقة الحركية والطاقة الكامنة كتابع للزمن للحركة التوافقية البسيطة عند $\phi = 0$. (ب)- الطاقة الحركية والكامنة كتابع للموضع للحركة التوافقية البسيطة. وكلا الشكلين يبين انخفاض مجموع الطاقتين $U + K$

يوافق الخط الأفقي قيمة معينة للطاقة الكلية $E=\frac{1}{2}KA^2$. المسافة من هذا الخط حتى المنحني U تساوي الطاقة الحركية, أما الحركة محددة بقيمة x ومحصورة في حدود من A حتى $-A$. هذه النتائج تتوافق تماماً مع الحل العام لمعادلة الحركة المحصول عليها في الفقرة السابقة.

مثال $(1-2-4)$:

لنحسب من أجل هزاز توافقي من المثال $(1-2-1)$ مايلي :

1-الطاقة الكلية.

2-تابعية الطاقة الكامنة والطاقة الحركية للزمن.

3-السرعة في اللحظة الزمنية عندما يكون الثقل على مسافة $0{,}050m$ من وضع التوازن.

4-الطاقة الحركية والطاقة الكامنة عند إزاحة الثقل إلى مسافة مساوية نصف السعة $x=\mp A/2$.

الحل :

1- بالتعويض في المعادلة $(1-2-11)$ قيمتي $K=19{,}6N/m$ و$A=0{,}100m$ نجد :

$$E=\frac{1}{2}KA^2=\frac{1}{2}($$

2- في المثال $(1-2-1)$ وجدنا أن :

x

ومنه:

$$E_P=$$

$$E_K = \frac{1}{2} n$$

3- لنحسب بالعلاقة (2-12) فنجد :

$$v = \pm$$

$$E_l$$

$$E_K$$

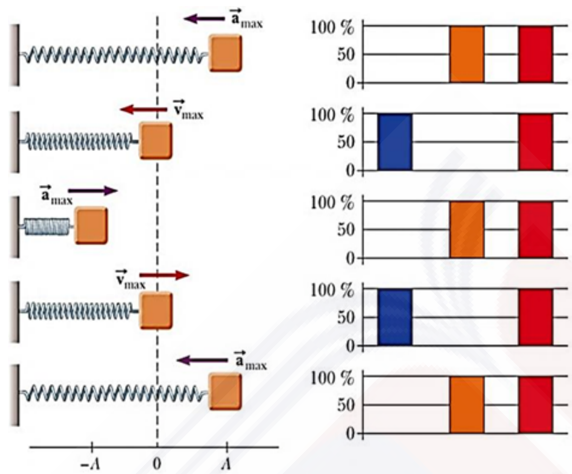
إن الطاقة تتحول باستمرار بين شكليها الكامن والحركي والشكل (1-2-8) يوضح تغيرات السرعة والتسارع والطاقة الحركية والكامنة لجسم معلق بنابض ولنواس بسيط يتحركان حركة توافقية بسيطة وذلك خلال دورة كاملة من حركته. إن الشكل يوضح معظم ما قمنا بشرحه سابقاً, وفي هذه الاشكال تم أخذ المعادلة الرياضية السابقة :

$$E =$$

وحيث تعطى :

$$v = \pm\sqrt{}$$

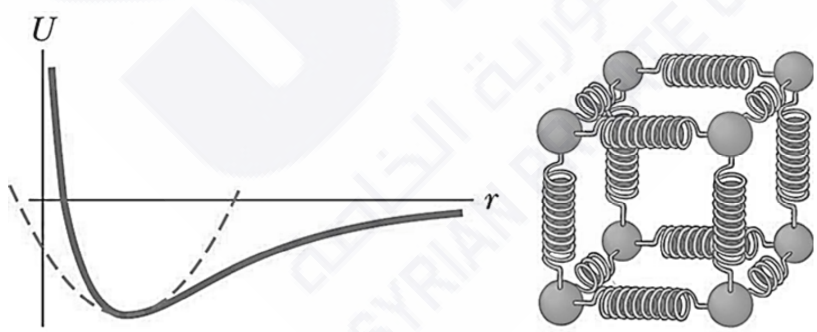
وفيها نلاحظ أن السرعة تكون عظمى عندما $x = 0$ ومعدومة عند النهايات العظمى $x = \pm A$.



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$\frac{T}{2}$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{3T}{4}$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

الشكل (1-2-8) تغيرات الحركة مع الموضع (السرعة – الزمن – التسارع – الطاقة الحركية والكامنة) كتابع للموضع لكل من جسم يتحرك وفق نابض وحركة نواس بسيط

الدراسة السابقة للحركة التوافقية البسيطة يمكن تطبيقها على العديد من النماذج العلمية التيتتحرك بحركة توافقية بسيطة كدراسة القوة التي تربط بين ذرات مركب ما. كما في الشكل (1−2−9) حيث أن إثارة ضوئية أو ميكانيكية لمركب تبعد الذرات عن مواضع التوازن فإن منحني الطاقة يمكن تمثيله على شكل منحني قطع ناقص , يمكن تمثيل هذه الذرات المترابطة بنوابض صغيرة تربط بين الذرات التي تحقق انخفاض الطاقة الحركية والكامنة أثناء الحركة.



(أ) (ب)

الشكل (1-2-9) (أ)- شكل تمثيل الذرات المشكلة لمركب. (ب)- منحني الطاقة الكامنة لاهتزاز الذرات المرتبطة بنوابض وتابعيتها للبعد عن موضع التوازن.

مثال (1-2-5) :

جسم كتلته $0,5kg$ معلق بنابض $K = 20,0N/m$ يتحرك على سطح أفقي دون احتكاك :

1- أحسب الطاقة الكلية للجسم والسرعة القصوى للجسم وذلك من أجل سعة حركة $A = 3,0cm$.

2- ماهي سرعة الجسم عندما تكون على بعد $x = 2,00cm$.

3- أحسب كلاً من الطاقة الحركية والكامنة للجسم عن الموضع السابق $x = 2,00cm$.

الحل :

1- باستخدام المعادلة نحصل على :

$$E = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} (20$$

عندما يكون الجسم عن $x = 0$ فإن $U = 0$ وتكون طاقة الحركة أكبر ما يمكن :

$$E =$$

$$v_{max} =$$

$$v = \pm \sqrt{\frac{\frac{20,0N}{m}}{0,500kg}}$$

الإشارة الموجبة والسالبة تدل على أن الجسم يمكن أن يتحرك لليمين أو اليسار في تلك اللحظة.

3- باستخدام التي حصلنا عليها في الجزء (2) نجد أن :

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}($$

$$U = \frac{1}{2}mx^2 = \frac{1}{2}$$

لاحظ أن الطاقة الكلية E تساوي مجموع طاقتي الحركة K وطاقة الوضع U.

ماذا لو؟ إن حركة الجسم في المثال بدأت عندما كان الجسم عند $x = 3{,}00cm$ وبسرعة ابتدائية مقدارها $v = -0{,}100m/s$. ماهي سعة الحركة وما هي أقصى سرعة للجسم؟

لاحظ أن هذه الحالة تشبه تماماً الحالة التي ناقشناها في مثال سابق ولكننا هنا سوف نعتمد على الطاقة لإيجاد المطلوب. سنبدأ أولاً بحساب الطاقة الكلية للنظام عند الزمن $t = 0$.

$$E = \frac{1}{2}(0{,}500kg)($$

ولإيجاد سعة الحركة نقوم بمساواة الطاقة الكلية بالطاقة الكامنة عندما يكون الجسم عند أقصى نقطة له في الحركة:

$$A = \sqrt{\frac{2E}{K}}$$

ولإيجاد السرعة القصوى للجسم سنقوم بمساواة الطاقة الكلية مع الطاقة الحركية عندما يكون الجسم عند نقطة الاتزان :

$$\nu_{max} = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

وهذه القيمة أكبر من القيمة السابقة وهذا متوقع لأن الجسم يمتلك في هذه الحالة سرعة ابتدائية عند الزمن $t = 0$.

1−2−4− مقارنة الحركة التوافقية البسيطة والحركة الدائرية المنتظمة :

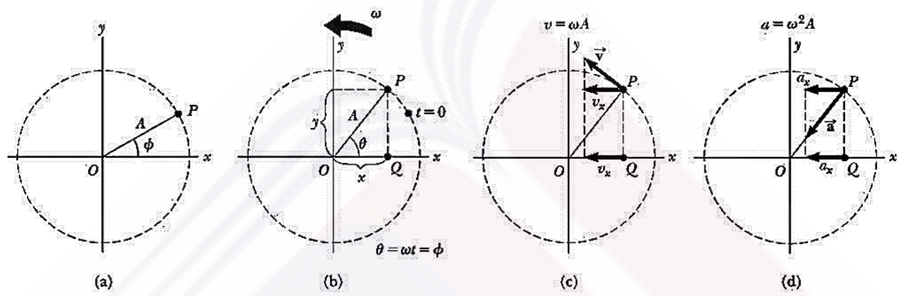
Comparing simple harmonic motion with uniform circular motion:

إن الكثير من الأجهزة التي نستخدمها في حياتنا العملية والتي تظهر العلاقة بين الحركة الاهتزازية والحركة الدورانية كحركة مكبس محرك السيارة الذي يتحرك للأعلى والأسفل بحركة اهتزازية تنتقل إلى حركة دورانية في عجلات السيارة , وكمثال آخر تظهر هذه العلاقة في حركة القطارات البخارية , ولإيجاد العلاقة بين شكلي الحركة.

بفرض جسم كتلته mيدور على محيط دائرة نصف قطرها Aوبسرعة ν_mعلى سطح أفقي.النظر شاقولياً من الأعلى يظهر الحركة تجري بصورة دائرية. والنظر أفقياً للحركة فهو يبين أنالحركة تتم ذهاباً وإياباً , إن ما يراه الرجل من الطرف الافقي ليس إلا مسقط الحركة الدائرية على المحور x الشكل (1−2−10). ومن أجل التأكد من أن هذه الحركة تشبه الاهتزازات التوافقية نحسب مسقط السرعة ν_m على المحور x والذي نرمز له على الشكل بـ ν.

من تشابه المثلثات نجد :

ومن هنا نجد :



الشكل (1-2-10) يوضح العلاقة بين الحركة الدائرية للنقطة P والحركة التوافقية البسيطة للنقطة Q

الجسم في موضع ما يمكن تمثيله بالخط op والذي يعين زاوية قدرها θ بالنسبة للمحور x عند الزمن $t = 0$ والذي نعتبره الزمن المرجعي. لو افترضنا أن الجسم يتحرك على محيط دائرة بسرعة زاوية منتظمة ω عند زمن آخر $t > 0$ فإن الشعاع $\overrightarrow{op}$ سيصنع زاوية θ مع المحور x وستكون هذه الزاوية $\theta = \omega t + \Phi$ وباستمرار الحركة على محيط الدائرة فإن مسقط النقطة p على المحور x (النقطة Q) تتحرك للأمام والخلف على المحور xبين النقطتين $x = \mp A$.نلاحظ أن النقطتين p و Q لهما نفس إحداثيات x. من المثلث opQ نجد أن الأحداثي (x) هو: $x(t) = A\cos(\omega t + \Phi)$

وهذه المعادلة هي نفسها التي تظهر أن النقطة Q تتحرك حركة توافقية بسيطة على المحور x وعليه نستنتج أن الحركة التوافقية البسيطة على خط مستقيم ممكن أن نمثلها بمسقط نقطة تتحرك على مسار دائري بسرعة منتظمة. نفس النتيجة السابقة يمكن الوصول إليها لو اعتبرنا مسقط النقطة p على المحور y. وبهذا يمكن الاستنتاج أن الحركة الدائرية المنتظمة تعتبر حركة مركبة من حركة توافقية بسيطة على المحورين x و y وبفارق طوربينهما قدره $90°$.

يبين هذا التفسير الهندسي أن الزمن اللازم للنقطة p لتقوم بدورة كاملة على محيط الدائرة يساوي الزمن الكلي T اللازم لإنجاز حركة توافقية بسيطة بين النقطتين $x = \mp A$ كما يبين أن السرعة الزاوية ω للنقطة p هي نفسها التردد الزاوي ω للحركة التوافقية البسيطة على المحور x ولهذا السبب نستخدم نفس الرمز أيضاً. أما ثابت الطور Φ للحركة التوافقية البسيطة يعادل الزاوية الابتدائية التي يصنعها الشعاع $\overrightarrow{op}$ مع المحور x. أما نصف قطر الدائرة فهو يمثل سعة الحركة التوافقية البسيطة A.

من الميكانيك التقليدي نعلم أن $\nu = r\omega$وهذا يبينأن أي جسم يتحرك على محيط دائرة نصف قطرها A له سرعة هي ωAوبشكل متطابق مع التمثيل الهندسي حيث نلاحظ من الشكل السابق أن المركبة x للسرعة تساوي :

التي نحصل عليها من تعريف السرعة اللحظية $\nu = dx/dt$ والذي يعطي العلاقة السابقة, يمكن الحصول أيضاً على تسارع الحركة بالاشتقاق مرتين للموضع أي :

$a =$

مثال (1-2-6) :

جسم يتحرك بحركة دائرية نصف قطرها 3,00m وذلك عكس عقارب الساعة وبسرعة زاوية ثابتة 8,00 rad/s . في بدء الحركة $t = 0$, للجسم مركبة x تساوي 2,00mثم يبدأ بالحركة نحو اليمين. المطلوب :

1- أوجد المركبة x كتابع للزمن.

2- أوجد مركبة السرعة والتسارع كتابع للزمن وفي اتجاه المركبة x.

الحل :

1- لأن سعة الحركة للجسم تساوي نصف قطر الدائرة التي يتحرك عليها الجسم بسرعة $\omega = 8{,}00\ \mathrm{rad/s}$, نحصل على:

$$x = A\cos(\omega$$

يمكن أن نحسب Φ من خلال استخدام الشروط الابتدائية للحركة $x = 2{,}00\mathrm{m}$ عند الزمن $t = 0$.

$$2{,}0($$

وعليه تكون :

$$x = ($$

ولكن بما أن الجسم يتحرك لليمين وهذا يعني أن ثابت الطور Φ يجب أن يكون سالباً أي $\Phi = -0{,}841\mathrm{rad}$ وبالتالي فإن الإجابة الصحيحة هي على النحو التالي :

$$x = ($$

لاحظ أن الزاوية Φ يجب أن تكون بوحدة الـ rad.

2- لإيجاد السرعة v_x :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (-3$$

$$v_x = -$$

ولإيجاد التسارع :

$$a_x = \frac{d\nu}{dt} = (-24$$

$$a_x = -($$

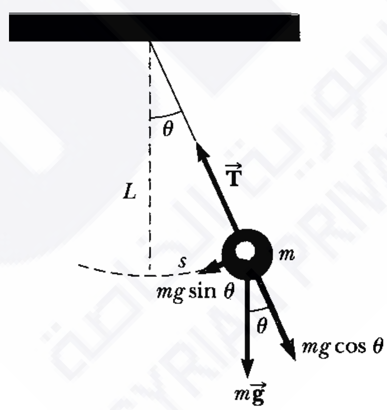
ومن هذه النتائج نستنتج أن $\nu_{max} = 24{,}0 m/s$ و $a_{max} = 192 m/s^2$.

1-2-5- البندول الرياضي (النواس البسيط)The pendulum:

هو أحد الجمل الفيزيائية الميكانيكية والتي تتحرك حركة دورية. يتألف هذا النواس من جسم كتلته m معلق بخيط طوله L في أحد طرفيه والطرف الآخر مثبت. نفرض أن هذا الخيط غير قابل للامتطاط وكتلته مهملة بالنسبة لكتلة الثقل. تحدثالحركة على المستوي الافقي تحت تأثير قوة الجاذبية. وعندما تكون زاوية الإزاحة في بدء الحركة θ صغيرة (أقل من $10°$) فإن حركة البندول هي حركة توافقية بسيطة. تتناسب قوة الارجاع منها مع الإزاحة.

لنشرح هذا :

إن ازاحة البندول x على طول القوس تساوي $x = L\theta$. حيث : θزاوية انحراف الخيط عن الشاقول , أما L المسافة بين نقطة التعليق حتى مركز ثقل الثقل. الشكل (1-2-11).



الشكل (1-2-11) البندول الرياضي

على هذه الصورة إذا كانت قوة الارجاع متناسبة مع x أو θ هذا يعني أن الاهتزاز يكون توافقياً.
وكقوة إرجاع تدخل مركبة قوة الثقل المماسة للقوس :

وكما نرى أن القوة F تتناسب مع جيب الزاوية , وليس مع الزاوية نفسها θ فلا يعتبر الاهتزاز توافقياً. غير أنه لو كانت الزاوية θ صغيرة , هذا يعني أن قيمة الجيب تقريباً لا يختلف عن قيمة الزاوية المقدرة بالراديان. وهنا ليس من الصعب التأكد , لو نظرنا إلى نشر الجيب في سلسلة :

$\sin\theta$:

لو عدنا إلى الجداول المثلثية (في الجهة الوسطى) أو لو أعرنا الانتباه إلى الشكل(1−2−11) طول القوس $(x = L\theta)$ لا يختلف إلا قليلاً عن طول الوتر $(= L\sin\theta)$والمبين على شكل خطوط متقطعة , ومن اجل الزوايا أقل من $15°$ فإن قيمة θ و $\sin\theta$ يختلفان بأقل من 1%.
وبالتالي من الزوايا الصغيرة تكون العلاقة :

وهي عبارة عن تقريب جيد. وبالأخذ بالحسبان أن $x = L\theta$ يكون لدينا :

على هذه الصورة , عند انحرافات صغيرة عن الشاقول فإن حركة النواس الرياضي هي عبارة عن حركة توافقية تصفها العلاقة (1-2-1) والتي يجب تعويض فيها $K = \frac{mg}{L}$. يمكن حساب دور اهتزاز النواس الرياضي بالعلاقة (1-2-8d) والتي يجب تعويض قيمة K بـ $\frac{mg}{L}$.

$T = 2\pi\sqrt{L/g}$ (

أما التردد الزاوي فهو يعطى على النحو التالي :

تظهر العلاقة أن دور الاهتزاز لا يتعلق بكتلة النواس! وتجريبياً يمكن أن تلاحظ ذلك إذا راقبت نفس المراجيح التي يركبها الاطفال والكبار .سابقاً بيّنا أن دور الاهتزاز التوافقي لا يتعلق بالسعة. إن أول من أهتم بذلك غاليلو , عندما راقب ثريا مهتزة في كاتدرائية بيز. وهذا الاكتشاف أدى إلى تصنيع نواس الساعات – أول جهاز دقيق لقياس الزمن وليس له مثيل لعدة مئات من السنين. ولكون اهتزاز النواس لا يعتبر توافقياً بدقة حيث أن دوره يتعلق بالسعة. والعلاقة العامة التي تعين دور اهتزاز النواس يمكن كتابتها على شكل سلسلة لامتناهية:

$$T = 2\pi \sqrt{L/g}\ (1 + \frac{1}{2^2}$$

حيث :θ_m زاوية إزاحة النواس (الكبرى).

وفي العلاقة (14-2-1) إن كل عنصر أقل من الذي قبله. لذلك يجب أن نكتفي بعدد العناصر حسب الدقة المطلوبة. فعند الزاوية $\theta_m = 15°$تعطي العلاقة (13-2-1) خطأً أقل من 0,5% وبازدياد الزاوية يزداد الخطأ بشدة.

إن صغر سعة اهتزاز النواس (الرقاص) في الساعات ونتيجة للاحتكاك ستؤثر على دقة حركتها. غير أن طاقة الزمبرك (النابض) ستعدل الفقد في الطاقة على الاحتكاك وتبقى السعة ثابتة وبفضل هذا تدور الساعة بدقة. يستخدم النواس في الجيولوجيا. فيهتم الجيولوجيون بعدم تماثل قشرة الأرض ولذلك من الضروري قياس تسارع الجاذبية الأرضية بدقة في تلك النقطة من سطح الأرض. ومن أجل ذلك يستخدم جهاز يوضع بدقة ويعتبر الجزء الأساسي منه هو نواس دقيق. كما هو موضح في المثال التالي :

مثال (7−2−1) :

في مكان ما من سطح الأرض يقوم جيولوجي بقياس تسارع الجاذبية الأرضية باستخدام نواس رياضي والذي طوله 37,10cm وسعة °6,0. تبين أن تواتر اهتزازه يساوي 0,8152HZ. ما هو تسارع الجاذبية الأرضية الذي قاسه الجيولوجي؟

الحل :

في العلاقة (14-2-1) إن مجموع السلسلة بين القوسين يساوي تقريباً:

$$1 + \frac{1}{4}(0,$$

$$1 + 7 \times$$

حسب الدقة المطلوبة مننا اربعة أرقام بعد الفاصلة. على هذه الصورة يعطى التواتر حسب العلاقة :

$$f =$$

ومن هنا نجد g :

$$= (6,283 \times$$

مثال (1−2−8) :

اقترح العالم ChristianHuygens (1629–1695) وحدة للطول تعتمد على فكرة النواس البسيط وهي طول النواس الذي دوره يساوي 1s ما هو طول هذه الواحدة بالنسبة للمتر؟

الحل :

لدينا المعادلة :

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} =$$

أي أن المتر أقصر بقليل من طوله الحالي (ربع طوله الحالي).

– بفرض أن العالم Huygensفي كوكب آخر غير الأرض عندما اقترح هذه الفكرة. أحسب قيمة جاذبية هذا الكوكب.

من نفس العلاقة نجد :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4}{}$$

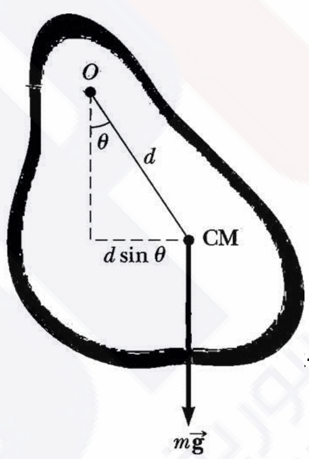
ولا يوجد أي كوكب في مجموعتنا الشمسية يملك هذه القيمة الكبيرة لتسارع الجاذبية الأرضية.

1–2–6– النواس الفيزيائي Physical pendulum:

إن النواس الفيزيائي وخلافاً للنواس الرياضي المثالي فإن كل كتلته مركزة في ثقل صغير (نقطة مادية) في نهاية الخيط والمسماة جسم صلب حقيقي والتي تقوم بالاهتزاز تحت تأثير ثقل خاص. وكمثال على النواس الفيزيائي فعلى الشكل (1–2–12) بين مضرب البيسبول والمعلق في النقطة O. إن قوة الثقل تقع في مركز كتلة الجسم والواقعة على مسافة h من محور الدوران. من السهل دراسة النواس البسيط باستخدام المعادلة التحركية للحركة الدورانية. إن عزم القوة المؤثرة على النواس الفيزيائي بالنسبة للنقطة O تعطى بالعلاقة :

الإشارة السالبة تبين أن العزم يحاول إعادة الجسم إلى موضع توازنه. وحسب قانون نيوتن الثاني من أجل الحركة الدورانية (العلاقة (2-12)) يكون :

حيث Iعزم عطالة الجسم أما $\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$فهو عبارة عن السرعة الزاوية.



الشكل (1-2-. : التعليق O

على هذه الصورة يمكن كتابة العلاقة التالية :

أو

حيث عزم العطالة I يحسب بالنسبة للمحور المار من النقطة O. وبما أنه عند الزوايا الصغيرة للإزاحة يكون $\sin\theta \approx \theta$, يمكن إعادة كتابة العلاقة الأخيرة على الشكل :

وهذه المعادلة تذكرنا بالمعادلة (1-2-3d) للاهتزازات التوافقية ولكن هنا لدينا θ مكان x و $\frac{mgh}{I}$ مكان $\frac{K}{m}$. على هذه الصورة وعند زوايا صغيرة للإزاحة فإن النواس الفيزيائي يقوم باهتزازات توافقية حسب القانون :

حيث θ_m الإزاحة الزاوية العظمى عن الشاقول. إن دور اهتزاز النواس الفيزيائي (انظر الشكل (1−2−11)) يكتب على الشكل :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$$

وعند إزاحة زاوية كبيرة يجب إدخال تصحيح في العلاقة (1-2-15) مثلما أدخلنا في حالة النواس الرياضي (السلسلة ضمن قوسين في المعادلة (1-2-14)). نلاحظ أن الحركة الدورانية ستوافق اهتزازات توافقية , إذا كان عزم القوة متناسباً مع زاوية الإزاحة وبإشارة معاكسة كمايلي :

حيث K ثابت متعلق بثوابت الجملة.

مثال (1−2−9) :

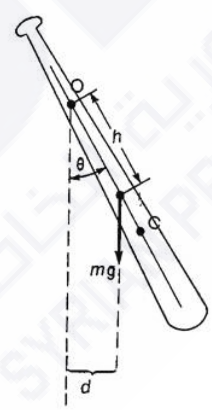
إن الطريقة السهلة والمريحة لقياس عزم عطالة الجسم بالنسبة لأي محور تتم عن طريق قياس دور اهتزاز هذا الجسم بالنسبة لهذا المحور. لنفرض أن مركز كتلة عصا غير متماثلة الأبعاد وكتلتها 1,6kg يقع على مسافة قدرها 42cm من إحدى نهايتيها. لو جعلنا هذه العصا تهتز حول محور يمر من هذه النهاية هذا يعني أن تواتر الاهتزاز الحر لهذه العصا سيساوي 2,5HZ. ماهو عزم عطالة هذه العصا بالنسبة لهذه النهاية؟

الحل :

نحسب عزم العطالة بالعلاقة (15-2-1) بعد التعويض فيها بـ $T = 1/f = 0{,}40s$ و $h = 0{,}42m$:

I =

إن عزم عطالة قضيب متماثل ذي طول L بالنسبة للمحور المار من إحدى نهايتيه الشكل (1−2−13). يساوي $\overline{L} = (1/3)\ ML^2$. هل حسب ذلك سيكون طول القضيب غير المتماثل أكبر من 84cm أو أقل؟



مثال (1−2−10) :